

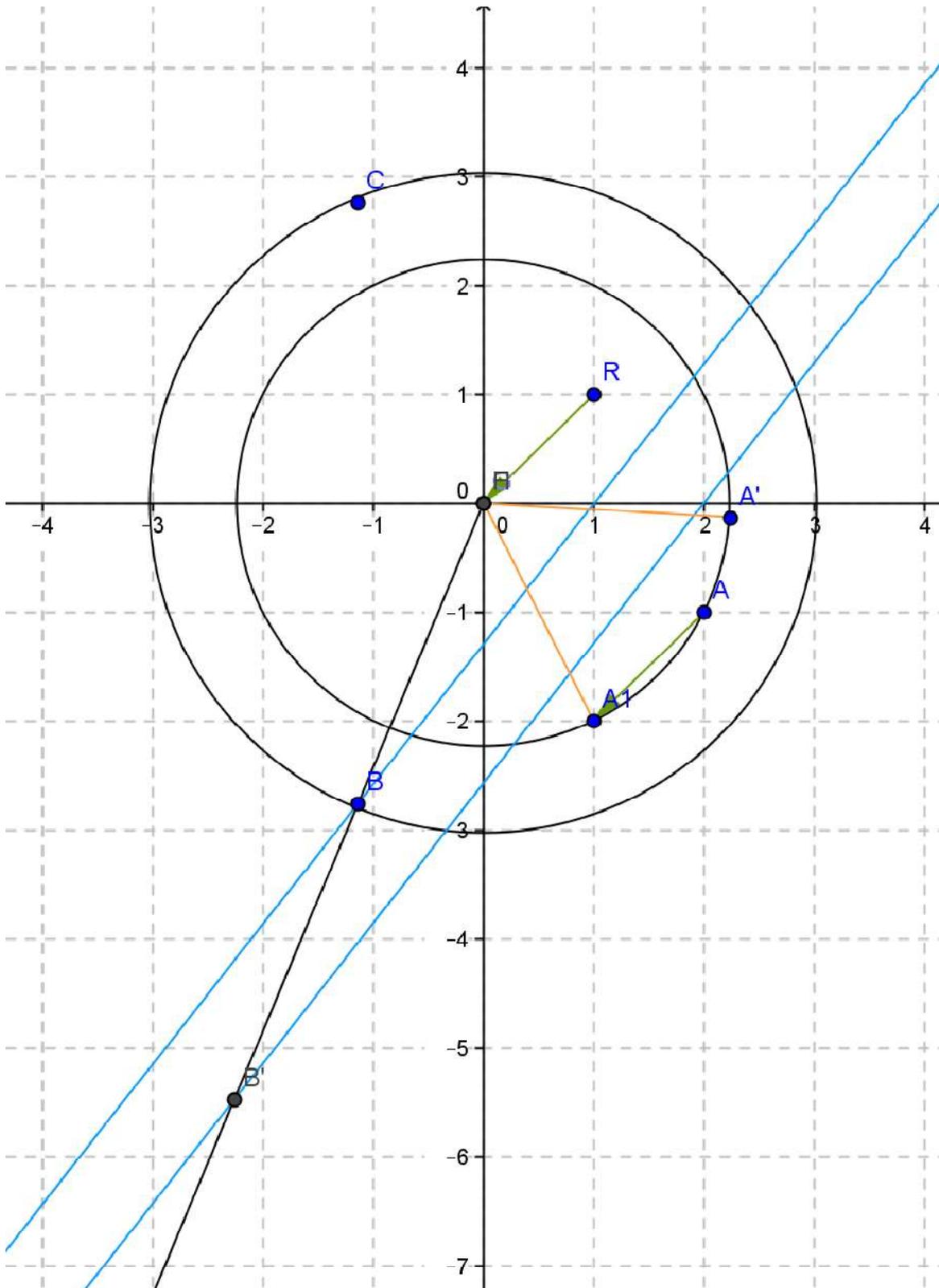
Plan de Gauss – Forme trigonométrique – Transformations du plan

Enoncés

- 1) Dans le plan de Gauss, placer les points A, B, C d'affixe $z_A = 2 - i$; $z_B = 3 \operatorname{cis} 11\pi/18$ et $z_C =$ le conjugué de z_B
Construire l'image de z_A par la rotation de centre $R(1,1)$ et d'amplitude 60° (notée $z_{A'}$)
Construire l'image de z_B par une homothétie de centre O et de rapport 2 (notée $z_{B'}$)
- 2) Résoudre et représenter les solutions de $z^4 = \sqrt{3} - i$
- 3) Résoudre $z^6 = 32(-\sqrt{3} + i)$ en utilisant les racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité
- 4) Soit $z = -2 - 2i$
Mettre z sous forme trigonométrique
Rechercher z' , image de z par la rotation de centre O et d'amplitude $\pi/4$ et mettre z' sous forme algébrique
- 5) Soit $z = 2 \operatorname{cis} 5\pi/3$ et $z' = 3 \operatorname{cis} 2\pi/3$
Calculer $z \cdot z'$ et z / z' puis mettre les réponses sous forme algébrique
- 6) Soit $z = 4 \operatorname{cis} 13\pi/18$
Rechercher z' , image de z par la similitude d'amplitude $\pi/9$ et de rapport 0,5
- 7) De quelles transformations du plan s'agit-il ?
Chercher l'image de $7 + i$ par ces transformations
 - a) $z' = z + 4 - 5i$
 - b) $z' = (z - 5 + 2i) \operatorname{cis} \pi/2 + 5 - 2i$

Réponses

1)



$$2) z^4 = \sqrt{3} - i = 2 \operatorname{cis} 11\pi/6$$

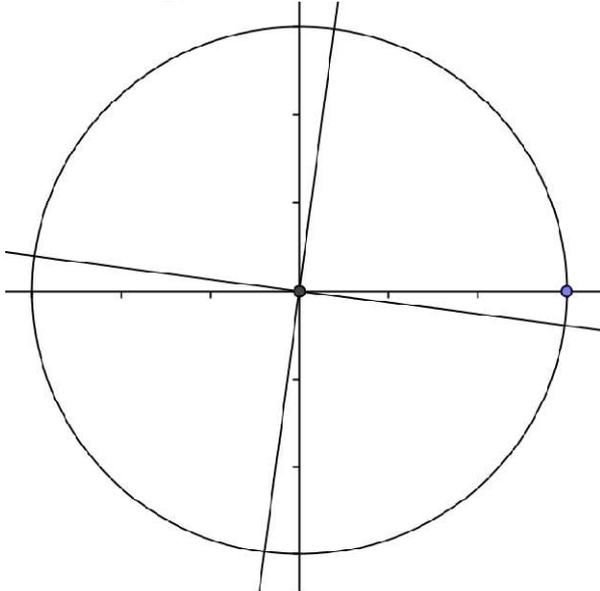
$$z_k = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} \frac{11\pi + k2\pi}{4}$$

$$z_1 = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} \frac{11\pi}{4}$$

$$z_2 = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} \frac{23\pi}{4}$$

$$z_3 = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} \frac{35\pi}{4}$$

$$z_4 = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} \frac{47\pi}{4}$$



$$3) z = 64 \operatorname{cis} 5\pi/6$$

$$z_k = 2 \operatorname{cis} \frac{5\pi + k2\pi}{6}$$

racines 6èmes de l'unité : $z_{*k} = \operatorname{cis} \frac{k2\pi}{6}$

$$z_0 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36$$

$$z_1 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36 \operatorname{cis} 12\pi/36 = 2 \operatorname{cis} 17\pi/36$$

$$z_2 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36 \operatorname{cis} 24\pi/36 = 2 \operatorname{cis} 29\pi/36$$

$$z_3 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36 \operatorname{cis} 36\pi/36 = 2 \operatorname{cis} 41\pi/36$$

$$z_4 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36 \operatorname{cis} 48\pi/36 = 2 \operatorname{cis} 53\pi/36$$

$$z_5 = 2 \operatorname{cis} 5\pi/36 \operatorname{cis} 60\pi/36 = 2 \operatorname{cis} 65\pi/36$$

$$4) z = -2 - 2i = 2(-1 - i) = 2\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{5\pi}{4}$$

$$z' = 2\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{3\pi}{2} = -2\sqrt{2} i$$

$$5) z \cdot z' = 6 \operatorname{cis} \pi/3 = 6 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) = 3 + 3\sqrt{3} i$$

$$\frac{z}{z'} = \frac{2}{3} \operatorname{cis} \pi = -\frac{2}{3}$$

$$6) z' = 2 \operatorname{cis} \frac{5\pi}{6}$$

$$7) a) \text{ une translation } \overrightarrow{OA} \text{ avec } A(4, -5) \quad z' = 11 - 4i$$

$$b) \text{ une rotation de centre } (5, -2) \text{ et d'amplitude } \pi/2 \quad z' = 7 - 3i$$